

## 破壊確率を求めるための簡易な例題とプログラムの解説

### (1)はじめに

本文では、リスクの定義やパラメータの確率分布について説明し、その適用例を多くの文献で紹介した。しかし、概念的には理解できても、具体的な適用の段階になると意外にとまどうのが確率の問題である。これは、パラメータの決定方法や判定方法などの問題もさることながら、問題解決のための手軽な専用ソフトがないことにもよる。

本書では、確率論的手法への足掛かりを得ることを目的として、斜面の安定問題を解くためのソフトを準備した。ソフト自体は簡単なものであるが、モデルやパラメータを変えて繰り返し計算することで、それらが結果に与える影響をみることができる。

なお、事象を確率で捉える方法には段階に応じたいくつかの方法があるが、それらの詳細については巻末に示した文献<sup>1,2)</sup>を参照していただきたい。

### (2)平面破壊を仮定した安定解析の例題

リスクの視点で斜面の安定問題を扱う場合、これまで用いられてきた「安全率」という基準を、「破壊確率」というばらつきを考慮した基準に置き換える必要がある。

図1のようなブロックの安定問題を考え、安全率と  $F_s < 1$  となる破壊確率を求める。

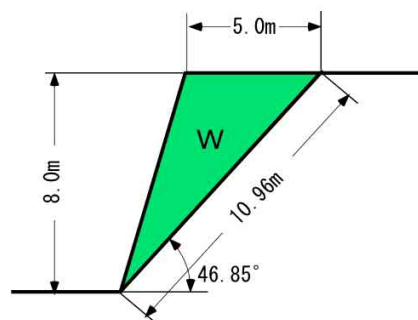


図 1 ブロック図

解析式は、次式で与えられるものとする。

$$F_s = \frac{W \cdot \cos \alpha \cdot \tan \phi + c \cdot l}{W \cdot \sin \alpha}$$

W : ブロック重量	460.0kN
α : すべり面の傾斜角	46.8°
l : すべり面の長さ	10.96m
c : 粘着力	10.0kN/m <sup>2</sup>
φ : せん断抵抗角	39.0°

(\*単位体積重量=23.0kN/m<sup>3</sup>)

ブロック重量(W)、すべり面の傾斜(α)、すべり面長さ(l)、粘着力(c)、せん断抵抗角(φ)など、すべての要素が不確定な要素として結果に影響するが、ここではすべてを確定要因とする場合と、cとφを不確定要因(確率変数)として扱う例を示す。

## 2.1 確定論による安定解析の例

確定論的な安定解析では平均値を用いる。この場合の結果は安全率で表現される。

$$F_s = \frac{460.0 \cos 46.8^\circ \times \tan 39^\circ + 10.0 \times 10.96}{460.0 \sin 46.8^\circ} = 1.087$$

安全率は、 $F_s=1.087$  となり、この例題ではブロックは安定となる。

## 2.2 確率論による安定解析の例

本例では、粘着力( $c$ )とせん断抵抗角( $\phi$ )を確率変数として扱う。各々のパラメータのばらつきは正規分布で表されるものと仮定し、表1に示すような平均値と標準偏差で与えられるものとする。ここで、ケース1は、得られた値のばらつきが少なかった場合であり、ケース2は、例えばせん断面の状態が不均質などの理由でばらつきが大きかった場合である。この仮定にもとづいて、 $c$  と  $\phi$  それぞれについて正規乱数を発生させて安定計算を行う。

表1 計算ケースとパラメータのばらつき

	ケース①		ケース②	
	平均値	標準偏差	平均値	標準偏差
粘着力 ( $\text{kN}/\text{m}^2$ )	10	0.5	10	2
内部摩擦角 ( $^\circ$ )	39	2	39	6

計算に用いる強度パラメータは、コンピュータ内の疑似一様乱数(平均0,分散1)命令を用い、ボックス-ミュラー(Box-Muller)法<sup>3)</sup>によって正規乱数化した結果を用いる。この計算を、あらかじめ指定した回数実行することでヒストグラムを作成する。これをまとめた結果を図2に示し、計算結果を図4、図5に示す。ここでは、10000回の計算を行っている。

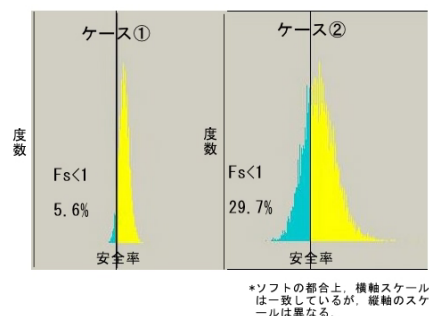


図2 ケースによる破壊確率の違い

ケース1では  $F_s < 1$  となるものが10000回中562回であり、安全率が1未満となる破壊確率は0.056(5.6%)となった。ケース2では、 $F_s < 1$  となるものが10000回中2973回であり、破壊確率は0.2973(29.7%)となった。本結果は確率計算であり、当然この結果自体もある程度のばらつきをもつ。

平均値を用いた安定計算では、安全率はケース ① とともに同じ値となるが、計算に用いるパラメータのばらつき具合によっては、信頼度も大きく変化することがわかる。ケース ② であれば、斜面は一応安定と見なせるし、ケース ① では対策が必要となる。もちろん、保全対象の重要度によってはケース ② でも対策が必要となるかもしれない。

対策としての抑止力の導入は、このヒストグラム全体を右側へシフトさせることを意味し、これが本文中の図 6.1.2 に該当する。また、ケース ② ではパラメータの精度を高める、すなわち尖度を高めるという方法もあり、これが本文中の図 6.1.1 に該当する。

この例題を拡張する場合、単位体積重量(ブロック重量(W))を確率変数としてもよいし、さらにすべり面傾斜角度を確率変数としてモデル自体のばらつきの問題にまで拡張することも可能である。

なお、参考までに、同様の計算を市販ソフト<sup>5)</sup>で行った結果と縦横のスケールを合わせて対比したヒストグラムをまとめて図 3 に示す。

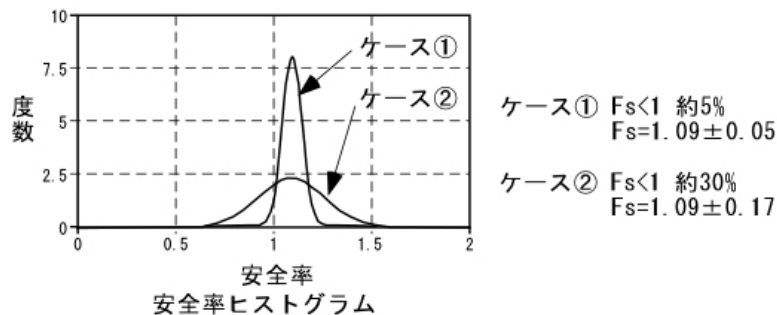


図 3 市販ソフト<sup>5)</sup>による例題計算結果(参考)

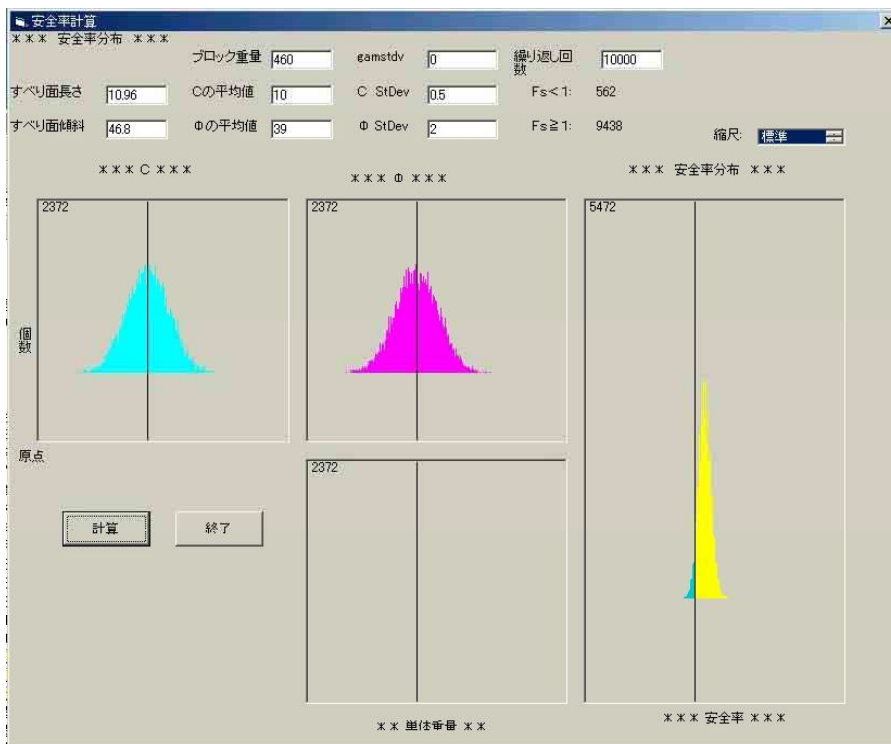


図 4 ケース ① の計算結果画面

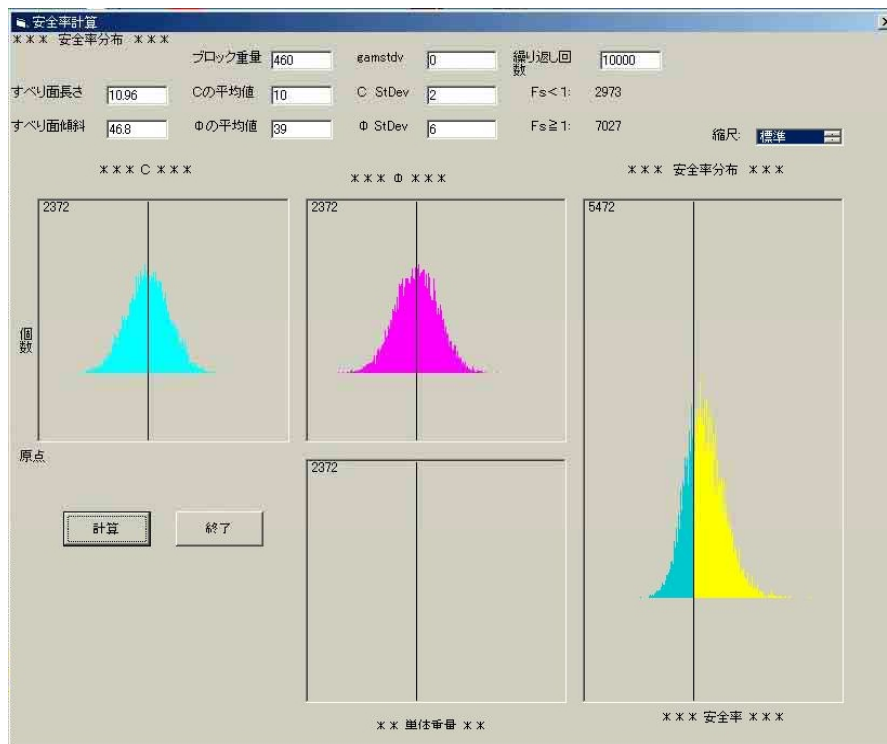


図5 ケース の計算結果画面

### (3)プログラムの使用方法



図6 プログラム実行時の入力画面

プログラムの使い方を以下に列記する。

・ 図6は、例題計算のケースのパラメータ入力の例であり、実行時のデフォルト画面の上に現れる入力部分を取り出した図である。

- ・ 確定変数は、すべり面長さ、すべり面の傾斜である。
- ・ 確率変数は、ブロック重量(ブロック面積×単位体積重量)、粘着力(c)、せん断抵抗角( )の3つである。

確率変数の標準偏差(SrDev)の項にゼロを入力すると、確定変数として扱われるため分布図は表れない。本例題および図6の入力例では、ブロック重量は確定変数としている。

- ・ 扱える分布は、正規分布のみである。
- ・ 繰り返し回数は、1000000回まで可能であるが通常は10000回程度で十分である。
- ・ 入力が終わったら、画面左下の「計算」ボタンをクリックすれば、結果が得られる。
- ・ ばらつきが極端に大きくなると、安全率グラフから飛び出す場合がある。これを補正するために、右上に「縮尺」を設けている。カウントを変えた後表示部分ををクリックする

と、表示が濃青色に変わる。(濃青色に変わらなければ選択したことにならない。)

- ・ 印刷機能はないので、出力は windows の画面コピー機能を用いて行う。

なお、より正確な計算を行いたい場合、あるいは他の分布形状を用いたい場合には、例えば@RISK や Crystal Ball といったマイクロソフトエクセル用のアドオンソフトが市販されているので、それを利用することをお勧めする。

#### 参考文献

- 1)山本昌明，伊藤洋，本城勇介：講座 土質データのばらつきと設計 4.土質データのばらつきを考慮した設計，土と基礎，Vol.35，No.5,1987
- 2)地盤工学ハンドブック：3.3 設計法，pp450～453
- 3)宮川修，脇本和昌：乱数とモンテカルロ法，森北出版，1978